

4.4 الدالة الزوجية والدالة الفردية

تعريف الدالة الزوجية:

1- تسمى الدالة $y = f(x)$ دالة زوجية إذا تحقق

$$f(-x) = f(x)$$

2- منحنى الدالة الزوجية متماثل حول محور الصادات Y

تعريف الدالة الفردية:

1- تسمى الدالة $y = f(x)$ دالة فردية إذا تحقق

$$f(-x) = -f(x)$$

2- منحنى الدالة الفردية متماثل حول نقطة الأصل $(0,0)$.

مثال:

حدد ما إذا كانت الدوال التالية زوجية أو فردية أو غير ذلك.

1) $f(x) = 4x^6 - x^2 + 1$

2) $f(x) = x^3 + x$

3) $f(x) = 7x^5 - 3x^3 + 2$

الحل

1) $f(-x) = 4(-x)^6 - (-x)^2 + 1 = 4x^6 - x^2 + 1 = f(x)$

إذاً الدالة زوجية

2) $f(-x) = (-x)^3 + (-x) = -x^3 - x \neq f(x)$
 $= -(x^3 + x) = -f(x)$

إذاً الدالة فردية

3) $f(-x) = 7(-x)^5 - 3(-x)^3 + 2 = -7x^5 + 3x^3 + 2 \neq f(x)$
 $= -(7x^5 - 3x^3 - 2) \neq -f(x)$

إذاً الدالة لا زوجية ولا فردية

نلخص ما سبق على النحو التالي:

- (1) إذا كانت جميع أسس المتغير x زوجية فإن الدالة المعطاة زوجية.
- (2) إذا كانت جميع أسس المتغير x فردية ولا تحتوي على ثابت فإن الدالة المعطاة فردية.
- (3) غير ذلك فإن الدالة لا زوجية ولا فردية.

خواص الدوال الزوجية والدوال الفردية:

- (1) مجموع (أو فرق) أي دالتين زوجيتين هو دالة زوجية.
- (2) مجموع (أو فرق) أي دالتين فرديتين هو دالة فردية.
- (3) حاصل ضرب (أو قسمة) دالتين زوجيتين هو دالة زوجية.
- (4) حاصل ضرب (أو قسمة) دالتين فرديتين هو دالة زوجية.
- (5) حاصل ضرب (أو قسمة) دالتين إحداها زوجية والأخرى فردية هو دالة فردية

مثال:

حدد ما إذا كانت الدوال التالية زوجية أو فردية أو غير ذلك.

1) $f(x) = x^2$

2) $f(x) = 4x^{10} - 9$

3) $f(x) = 8$

4) $f(x) = \frac{x^4 + 2x^2}{x^2 - 1}$

الحل

1) $f(x) = x^2 \Rightarrow$ الدالة زوجية

2) $f(x) = 4x^{10} - 9 \Rightarrow$ الدالة زوجية

3) $f(x) = 8 \Rightarrow$ الدالة زوجية

4) $f(x) = \frac{x^4 + 2x^2}{x^2 - 1} \Rightarrow$ الدالة زوجية

مثال:

حدد ما إذا كانت الدوال التالية زوجية أو فردية أو غير ذلك.

1) $f(x) = x^3$

2) $f(x) = x^7 + 4x$

3) $f(x) = x^4 + 3x$

4) $f(x) = \frac{x^3 - x^2}{5}$

الحل

1) $f(x) = x^3 \Rightarrow$ الدالة فردية

2) $f(x) = x^7 + 4x \Rightarrow$ الدالة فردية

3) $f(x) = x^4 + 3x \Rightarrow$ الدالة لا زوجية ولا فردية

4) $f(x) = \frac{x^3 - x^2}{5} \Rightarrow$ الدالة لا زوجية ولا فردية